

**АВТНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СЕВЕРО - КАВКАЗСКИЙ АКАДЕМИЧЕСКИЙ МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ»  
(АНО ПО «СКАМК»)**

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор АНО ПО «СКАМК»

 З.Р. Кочкарва

«01 июня 2022» года



**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме  
экзамена по учебной дисциплине

**ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

**Специальность**

09.02.07 Информационные системы и программирование

**Программа подготовки**

базовая

**Форма обучения**

очная

г. Ставрополь, 2022

Фонд оценочных средств составлен с учетом Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 09.12.2016 г. № 1547.

Фонд оценочных средств предназначен для преподавания дисциплин математического и общего естественнонаучного цикла обучающимся очной формы обучения по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

**Организация – разработчик:** Автономная некоммерческая организация профессионального образования «Северо-Кавказский академический многопрофильный Колледж», город Ставрополь.



## Содержание

1	Паспорт фонда оценочных средств.....	4
1.1	Область применения .....	4
1.2	Система контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики.....	5
1.2.1	Формы итоговой аттестации поППССЗ при освоении учебной дисциплины.....	28
1.2.2	Организация контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины.....	28
2	Комплект материалов для оценки освоенных умений и усвоенных знаний по учебной дисциплине ЕН.01 Элементы высшей математики.....	28
2.1	Задания для экзаменуемых .....	28
2.1.1	Задания теоретической (тестовой) части .....	29
2.1.2	Задания практической части.....	32
2.2	Ключ для оценки практического задания.....	35
2.2.1	Вопросы для подготовки к экзамену .....	38
3	Список информационных источников .....	41

## 1. Паспорт фонда оценочных средств

### 1.1 Область применения

Комплект фонда оценочных средств предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики, программы подготовки специалиста среднего звена по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование».

В результате освоения дисциплины, обучающийся должен **уметь**:

- выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
- решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;
- применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
- решать дифференциальные уравнения; пользоваться понятиями теории комплексных чисел.

В результате освоения дисциплины, обучающийся должен **знать**:

- основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;
- основы дифференциального и интегрального исчисления;
- основы теории комплексных чисел.

**Комплект фонда оценочных средств позволяет оценивать освоенные умения, усвоенные знания**

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
<b>уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li><li>- решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</li><li>- применять методы дифференциального и интегрального исчисления;</li><li>- решать дифференциальные уравнения; пользоваться понятиями теории комплексных чисел.</li></ul>	Отчет по практической работе, Отчет по самостоятельной работе, Экзамен
<b>знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</li><li>- основы дифференциального и интегрального исчисления;</li><li>- основы теории комплексных чисел.</li></ul>	Отчет по практической работе, Отчет по самостоятельной работе, Экзамен

### 1.2 Система контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики

#### Практическое занятие №1.

**Операции над матрицами. Вычисление определителей.  
Задания для совместной работы.**

1. Найдите матрицу  $C = A + B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ .
2. Найдите матрицу  $C = A + B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -7 & 4 \\ 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
3. Вычислите:  $2A + 3B - C$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -7 & -4 \\ 18 & -8 \end{pmatrix}$ .
4. Произведите умножение двух матриц а)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,

б)  $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ .

5. Вычислите определитель второго порядка  $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$ .
6. Вычислите определитель третьего порядка  $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 6 & 3 \end{vmatrix}$ .
7. Запишите все миноры определителя  $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 7 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ .
8. Найдите алгебраические дополнения  $A_{13}$ ,  $A_{21}$ ,  $A_{31}$  для определителя  $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -3 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ .

9. Разложите определитель  $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 5 \\ 0 & -4 & 2 \end{bmatrix}$  по:

а) элементам первой строки;

б) элементам второго столбца.

10. Найдите обратную матрицу для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ .

### Самостоятельная работа №1 по теме 1.1.

#### Вариант 1.

1. Найдите матрицу  $C = A^2 + 2B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$ .
2. Найдите:  $A \cdot B - B \cdot A$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .
3. Вычислите:  $3A \cdot 2B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .
4. Найдите обратную матрицу для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 2 \\ 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ .

#### Вариант 2.

1. Найдите матрицу  $C = A^2 + 2B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ .
2. Найдите:  $A \cdot B - B \cdot A$ , где  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

3. Вычислите:  $3A \cdot 2B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ .

4. Найдите обратную матрицу для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -6 \\ 3 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ .

**Тема 1.2.**

**Системы линейных уравнений.**

**Вопросы для устного опроса по теме.**

1. Сформулируйте теорему Крамера.
2. Запишите формулы Крамера.
3. В чем заключается метод Гаусса.

**Практическое занятие №2. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.**

**Задания для совместной работы.**

1. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

$$\text{а)} \begin{cases} 5x + 3y = 12, \\ 2x - y = 7. \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 2x + 3y = 7, \\ 4x - 5y = 2. \end{cases} \quad \text{в)} \begin{cases} 3x + 2y + z = 3, \\ 5x - 2y - 2z = 3, \\ x + y - z = -2. \end{cases} \quad \text{г)} \begin{cases} x - y + z = 6, \\ x - 2y + z = 9, \\ x - 4y - 2z = 3. \end{cases}$$

2. Решите систему 4-х линейных уравнений с четырьмя неизвестными методом Крамера

$$\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 3; \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 2x_4 = -1; \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 1; \\ 5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$$

3. Используя метод Гаусса решите систему линейных уравнений

$$\text{а)} \begin{cases} 3x + 2y - z = 4, \\ 2x - y + 3z = 9, \\ x - 2y + 2z = 3. \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 7. \end{cases}$$

**Индивидуальная самостоятельная работа №2 по теме 1.2.**

**Вариант – 1.**

$$\begin{cases} 2x + 3y - 2z = 8 \\ y - 3z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases};$$

**Вариант –2.**

$$\begin{cases} x - y + 4z = 0 \\ x + y - 2z = 6; \\ y + z = 7 \end{cases}$$

**Вариант –3.**

$$\begin{cases} 2x + y - z = 9 \\ x - y + 3z = -1; \\ y - 2z = 4 \end{cases}$$

**Вариант –4.**

$$\begin{cases} x + 2y - 5z = 9 \\ 3x - y = 2z = 2; \\ y - 5z = 1 \end{cases}$$

**Вариант –5.**

$$\begin{cases} 5x - 2y + 3z = 1 \\ x + y - 5z = 3 \\ 6x - 2y = 0 \end{cases}$$

**Вариант –6.**

$$\begin{cases} x + y - 3z = 5 \\ x - 2z = 0 \\ x + 2y - 6z = 8 \end{cases}$$

**Вариант –7.**

$$\begin{cases} y - 3z = 3 \\ 2x + y - 2z = 8; \\ x + y - 4z = 4 \end{cases}$$

**Вариант –8.**

$$\begin{cases} 2x + 3z = 7 \\ x - y + z = -3; \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$

**Вариант –9.**

$$\begin{cases} 3x - y + z = 1 \\ x + y - 2z = 6; \\ y + 2z = 8 \end{cases}$$

**Вариант –10.**

$$\begin{cases} x = y + 5z = 1 \\ 2x + y - 3z = 7 \\ y - 3z = 3 \end{cases}$$

**Вариант –11.**

$$\begin{cases} 3x - y + 3z = 3 \\ x + 2y - 4z = 10. \\ y - z = 5 \end{cases}$$

## Раздел 2. Элементы аналитической геометрии.

*Тема 2.1.*

*Векторы. Операции над векторами.*

**Вопросы для устного опроса по теме.**

1. Что называется вектором?
2. Что называется длиной вектора?
3. Какие векторы называются равными?
4. Как сложить два вектора?
5. Как найти разность двух векторов?
6. Как умножить вектор на число?
7. Какие векторы называются коллинеарными?
8. Как разложить вектор в декартовой системе координат?
9. Что называется базисом?
10. Что называется координатами вектора?
11. Как найти координаты вектора, заданного двумя точками?
12. Как найти длину вектора, заданного двумя точками?
13. Как вычисляется длина вектора, заданного своими координатами?
14. Как выполняется сложение и вычитание векторов, заданных своими координатами?
15. Как умножить вектор, заданный своими координатами, на число?
16. Каким свойством обладают координаты коллинеарных векторов?
17. Запишите формулы деления отрезка в данном отношении.
18. Запишите формулы деления отрезка на две равные части.
19. Что называется скалярным произведением векторов?
20. Как вычисляется скалярное произведение векторов, заданных своими координатами?
21. Каким свойством обладает скалярное произведение векторов?
22. Чему равно скалярное произведение двух перпендикулярных векторов?
23. Чему равно скалярное произведение коллинеарных векторов?

**Самостоятельная работа №3 по теме 2.1.**

**Вариант -1.**

1. Даны векторы:  $\vec{a}\{2; -4; 3\}$ ,  $\vec{b}\{-3; \frac{1}{2}; 1\}$ . Найдите  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ .
2. Даны векторы:  $\vec{a}\{1; -2; 0\}$ ,  $\vec{b}\{-3; 6; 0\}$ ,  $\vec{c}\{0; -3; 4\}$ . Найдите координаты вектора  $\vec{p}$ , заданного своим разложением  $\vec{p} = 2\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} - \vec{c}$ .
3. Найдите значения  $m$  и  $n$ , при которых векторы  $\vec{a}\{6; n; 1\}$  и  $\vec{b}\{m; 16; 2\}$ .
4. Найдите: а) координаты вектора  $\overline{AB}$ ,  
б) координаты точки С, которая является серединой отрезка АВ, если  $A(5; -1; 3)$ ,  $B(2; -2; 4)$ .
5. Даны векторы  $\vec{b}\{3; 1; -2\}$  и  $\vec{c}\{1; 4; -3\}$ . Найдите: а)  $|2\vec{b} - \vec{c}|$ , б)  $\vec{b} \cdot \vec{c}$ .

#### Вариант -2.

1. Даны векторы:  $\vec{a}\{3; -5; 4\}$ ,  $\vec{b}\{-2; \frac{1}{3}; -1\}$ . Найдите  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ .
2. Даны векторы:  $\vec{a}\{2; -1; 1\}$ ,  $\vec{b}\{3; 4; 0\}$ ,  $\vec{c}\{-1; 0; 2\}$ .

Найдите координаты вектора  $\vec{p}$ , заданного своим разложением  $\vec{p} = 2\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} - \vec{c}$ .

3. Найдите значения  $m$  и  $n$ , при которых векторы  $\vec{a}\{2; n; 1\}$  и  $\vec{b}\{m; 12; 3\}$ .
4. Найдите: а) координаты вектора  $\overline{CD}$ , б) координаты точки А, которая является серединой отрезка CD, если  $C(6; 3; -2)$ ,  $D(2; 4; 5)$ .
5. Даны векторы  $\vec{a}\{5; -1; 2\}$  и  $\vec{b}\{3; 2; -4\}$ . Найдите: а)  $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ , б)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

#### Вариант -3.

1. Даны векторы:  $\vec{a}\{-1; 3; -3\}$ ,  $\vec{b}\{\frac{1}{2}; -2; 1\}$ . Найдите  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ .
2. Даны векторы:  $\vec{a}\{3; -2; 1\}$ ,  $\vec{b}\{-2; 4; -2\}$ ,  $\vec{c}\{-3; 6; 0\}$ . Найдите координаты вектора  $\vec{p}$ , заданного своим разложением  $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$ .
3. Найдите значения  $m$  и  $n$ , при которых векторы  $\vec{a}\{3; n; 3\}$  и  $\vec{b}\{m; 2; 1\}$ .
4. Найдите: а) координаты вектора  $\overline{AB}$ , б) координаты точки С, которая является серединой отрезка АВ, если  $A(3; -2; 0)$ ,  $B(1; 2; -1)$ .
5. Даны векторы  $\vec{b}\{4; -1; 2\}$  и  $\vec{c}\{2; 5; -3\}$ . Найдите: а)  $|2\vec{b} - \vec{c}|$ , б)  $\vec{b} \cdot \vec{c}$ .

#### Вариант -4.

1. Даны векторы:  $\vec{a}\{6; -4; 0\}$ ,  $\vec{b}\{-2; -1; -2\}$ . Найдите  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ .
2. Даны векторы:  $\vec{a}\{-3; -1; 6\}$ ,  $\vec{b}\{2; 3; 0\}$ ,  $\vec{c}\{1; -2; -\frac{1}{2}\}$ . Найдите координаты вектора  $\vec{p}$ , заданного своим разложением  $\vec{p} = -\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ .
3. Найдите значения  $m$  и  $n$ , при которых векторы  $\vec{a}\{n; 3; 18\}$  и  $\vec{b}\{2; m; 6\}$ .
4. Найдите: а) координаты вектора  $\overline{CD}$ , б) координаты точки А, которая является серединой отрезка CD, если  $C(9; -2; 3)$ ,  $D(-5; -1; 6)$ .
5. Даны векторы  $\vec{a}\{3; -2; 1\}$  и  $\vec{b}\{7; -4; 2\}$ . Найдите: а)  $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ , б)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

#### Тема 2.2.

#### Прямая на плоскости. Кривые второго порядка.

#### Вопросы для устного опроса по теме.

1. Что называется уравнением прямой?

2. Каким уравнением описывается прямая на плоскости?
3. Как записывается каноническое уравнение прямой?
4. Запишите уравнения осей координат.
5. Запишите уравнения прямых, параллельных осям координат.
6. Сформулируйте правило составления уравнения прямой на плоскости.
7. Запишите уравнение прямой с угловым коэффициентом.
8. Сформулируйте условие параллельности прямых.
9. Сформулируйте условие перпендикулярности прямых.
10. Как найти угол между прямыми?
11. Каким уравнением описывается кривая на плоскости?
12. Запишите каноническое уравнение эллипса.
13. Что называется эксцентриситетом эллипса? Какова его величина?
14. Чему равен эксцентриситет окружности?
15. Запишите каноническое уравнение гиперболы.
16. Запишите уравнение равносторонней гиперболы.
17. Запишите каноническое уравнение параболы, директрисы параболы.

### Практическое занятие 3.

#### Составление уравнений прямых и кривых 2-го порядка, их построение.

##### Задания для совместной работы.

1. Проверьте принадлежат ли точки  $A(3; 14)$ ,  $B(4; 13)$ ,  $C(-3; 0)$ ,  $D(0; 5)$  прямой  $7x - 3y + 21 = 0$ .
2. Постройте прямые: 1)  $x = 5$ ;  $x = -3$ ,  $x = 0$ ; 2)  $y = 4$ ,  $y = -2$ ,  $y = 0$ .
3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку  $M(2; -4)$  и перпендикулярной вектору  $\vec{n} = (4; 2)$ .
4. Вычислите длину отрезка прямой  $3x + 4y - 24 = 0$ , заключенного между осями координат.
5. На прямой  $2x + y - 6 = 0$  найдите точку  $M$ , равноудаленную от точек  $A(3; 5)$  и  $B(2; 6)$ .
6. Вычислите углы наклона к оси  $Ox$  для прямых: 1)  $y = x$ ; 2)  $y = -x$ .
7. Составьте уравнение прямой, проходящей через начало координат, если её угловой коэффициент: 1)  $k = 6$ ; 2)  $k = -2$ .
8. Найдите острый угол между прямыми  $5x - 2y - 16 = 0$  и  $3x + 4y - 12 = 0$ .
9. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку  $M(-2; -4)$  параллельно прямой  $2x - 3y + 16 = 0$ .
10. Проверьте, перпендикулярны ли следующие прямые:
  - 1)  $3x - 4y + 12 = 0$  и  $4x + 3y - 6 = 0$ ;
  - 2)  $4x + 4y - 8 = 0$  и  $3x - 2y + 4 = 0$ .
11. Составьте уравнение окружности, проходящей через точки  $A(3; 1)$ ,  $B(-2; 6)$ ,  $C(-5; -2)$ .
12. Составьте уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках  $B_1(-8; 0)$  и  $B_2(8; 0)$ , а фокусы - в точках  $F_1(0; -6)$  и  $F_2(0; 6)$ .
13. Составьте уравнение гиперболы, если её вершины находятся в точках  $A_1(-3; 0)$  и  $A_2(3; 0)$ , фокусы - в точках  $F_1(-5; 0)$  и  $F_2(5; 0)$ .
14. Составьте уравнение параболы с вершиной в начале координат, если её директрисой служит прямая  $x = -3$ .

##### Самостоятельная работа №4 по теме 2.2.

###### Вариант – 1.

1. В треугольнике  $ABC$   $BM$  – медиана,  $A(-1; 2; 2)$ ,  $B(2; -2; -1)$ .  
Найти: а) координаты точки  $C$ ; б) длину стороны  $BC$ .

2. Вычислить угол между прямыми АВ и CD, если  $A(\sqrt{3}; 1; 0)$ ,  $B(0; 0; 2\sqrt{2})$ ,  $C(0; 2; 0)$ ,  $D(\sqrt{3}; 1; 2\sqrt{2})$ .
3. Составьте уравнение окружности с центром в точке  $(-3; 0)$  и проходящей через точку  $(2; 4)$ .
4. Составьте уравнение гиперболы, если её вершины находятся в точках  $(-3; 0)$  и  $(3; 0)$ , а фокусы – в точках  $(-3\sqrt{5}; 0)$  и  $(3\sqrt{5}; 0)$ .
5. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(-2; 3; 4)$  и параллельной плоскости  $x + 2y - 3z + 4 = 0$ .

#### Вариант – 2.

1. В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке O,  $A(1; 3; -1)$ ,  $B(-2; 1; 0)$ ,  $O(0; 1,5; 0)$ . Найдите: а) координаты точки C; б) длину стороны BC.
2. Вычислить угол между прямыми АВ и CD, если  $A(6; -4; 8)$ ,  $B(8; -2; 4)$ ,  $C(12; -6; 4)$ ,  $D(14; -6; 2)$ .
3. Составьте уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках  $(0; -8)$  и  $(0; 8)$ , а фокусы - в точках  $(-5; 0)$  и  $(5; 0)$ .
4. Составьте уравнение гиперболы с фокусами на оси OX, если её действительная ось равна 26, а мнимая ось равна 42.
5. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку  $M(2; 1; 3)$  и параллельной вектору  $\vec{k} \{-2; 2; 1\}$ .

#### Вариант – 3.

1. В треугольнике ABC BM – медиана,  $A(-2; 4; 4)$ ,  $B(4; -4; -12)$ ,  $M(2; 2; -2)$ . Найдите: а) координаты точки C; б) длину стороны BC.
2. Вычислить угол между прямыми ВА и ВС, если  $A(-1; 4; 1)$ ,  $B(3; 4; -2)$ ,  $C(5; 2; -1)$ .
3. Составьте уравнение окружности с центром в точке  $(5; -7)$  и проходящей через точку  $(2; -3)$ .
4. Составьте уравнение гиперболы, если её вершины находятся в точках  $(-3; 0)$  и  $(3; 0)$ , а фокусы – в точках  $(-5; 0)$  и  $(5; 0)$ .
5. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(2; 2; -2)$  и параллельной плоскости  $x + 2y - 3z = 0$ .

#### Вариант – 4.

1. В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке O,  $A(2; 6; -2)$ ,  $B(-4; 2; 0)$ ,  $O(0; 3; 0)$ . Найдите: а) координаты точки C; б) длину стороны BC.
2. Вычислить угол между прямыми АВ и CD, если  $A(3; -2; 4)$ ,  $B(4; -1; 2)$ ,  $C(16; -3; 2)$ ,  $D(17; -3; 1)$ .
3. Составьте уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках  $(0; -6)$  и  $(0; 6)$ , а фокусы - в точках  $(-3; 0)$  и  $(3; 0)$ .
4. Составьте уравнение гиперболы с фокусами на оси OX, если её действительная ось равна 24, а мнимая ось равна 40.
5. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку  $M(3; 2; 1)$  и параллельной вектору  $\vec{k} \{-2; 3; 1\}$ .

### Раздел 3. Основы теории комплексных чисел.

#### Тема 3.1. Алгебраическая форма записи комплексных чисел.

##### Вопросы для устного опроса по теме.

1. Дайте определение мнимой единицы.
2. Как вычисляют степени мнимой единицы?

3. Какое число называется комплексным?
4. Какие комплексные числа называются чисто мнимыми? Приведите примеры комплексных чисел, чисто мнимых чисел.
5. Какие комплексные числа называются равными?
6. Какие комплексные числа называются сопряженными?
7. Как выполняются сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме?
8. Как выполняется деление комплексных чисел в алгебраической форме?
9. Как геометрически изображаются комплексные числа?
10. Что называется модулем и аргументом комплексного числа?
11. Напишите формулы для модуля и аргумента комплексного числа.
12. Какие корни и сколько корней имеет квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом?
13. Как решить квадратное уравнение, если дискриминант его отрицателен?

### Самостоятельная работа №5 по теме 3.1.

#### Вариант – 1.

1. Вычислите:  $i^{43} + i^{48} + i^{44} + i^{45}$ .
2. Выполните действия: а)  $(5 - 4i) \cdot (3 + 2i)$ ; б)  $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^3$ .
3. Решите уравнение  $x^2 + 4x + 53 = 0$ .
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$ , если  $z_1 = 1 + i$  и  $z_2 = -2 + 2i\sqrt{3}$ .

#### Вариант – 2.

1. Вычислите:  $i^6 + i^{20} + i^{30} + i^{51}$ .
2. Выполните действия: а)  $2i\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ; б)  $\frac{1-i}{1+i}$ .
3. Решите уравнение  $x^2 - 6x + 13 = 0$ .
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$ , если  $z_1 = 5$  и  $z_2 = \sqrt{3} - i$ .

#### Вариант – 3.

1. Вычислите:  $i^{15} + i^{24} - i^{49} - i^{37} \cdot i^{51}$ .
2. Выполните действия: а)  $(3 + i) + (-3 - 8i)$ ; б)  $\frac{(2-3i)^2}{-i+5}$ .
3. Решите уравнение  $x^2 + 25 = 0$ .
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$ , если  $z_1 = \sqrt{3} + i$  и  $z_2 = 5$ .

#### Вариант – 4.

1. Вычислите:  $(i^{13} + i^{17}) \cdot 2i - (i^4 + i^{24}) \cdot 6$ .
2. Выполните действия: а)  $(3 - 5i) \cdot (2 - 3i)$ ; б)  $\frac{1-3i}{i-2} + \frac{4i+1}{3i-1}$ .
3. Решите уравнение  $36z^2 + 36z + 13 = 0$ .
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$ , если

$$z_1 = -3 + 3i \text{ и } z_2 = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{6}.$$

### Вариант – 5.

1. Вычислите:  $i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot i^4$ .
2. Выполните действия: а)  $(0,2 + 0,1i) + (0,8 - 1,1i)$ ; б)  $\frac{1}{1+i}$ .
3. Решите уравнение  $x^2 - 2x + 5 = 0$ .
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$ , если  $z_1 = 1 - i$  и  $z_2 = 3i$ .

### Вариант – 6.

1. Вычислите:  $i^1 + i^{11} + i^{21} + i^{31} + i^{41}$ .
2. Выполните действия: а)  $(\frac{1}{2} - i\frac{1}{4}) - (\frac{3}{5} + i\frac{2}{3}) + (\frac{3}{4} - i\frac{5}{6})$ ; б)  $\frac{1+i}{1-i}$ .
3. Решите уравнение  $x^2 + 3x + 4 = 0$ .
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$ , если  $z_1 = 6i$  и  $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ .

### Вариант – 7.

1. Вычислите:  $i^1 + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ .
2. Выполните действия: а)  $(1 - i) - (7 - 3i) - (2 + i) + (6 - 2i)$ ; б)  $\frac{3-2i}{1+3i}$ .
3. Решите уравнение  $x^2 - 10x + 34 = 0$ .
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$ , если  $z_1 = 2 - 2i\sqrt{3}$  и  $z_2 = 6i$ .

### Вариант – 8.

1. Вычислите:  $\frac{1}{i^{13}} + \frac{1}{i^{23}} + \frac{1}{i^{33}}$ .
2. Выполните действия: а)  $(5 + 3i) \cdot (5 - 2i)$ ; б)  $\frac{-1+i\sqrt{3}}{-\sqrt{2+i\sqrt{6}}}$ .
3. Решите уравнение  $4x^2 - 20x + 26 = 0$ .
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$ , если  $z_1 = -3\sqrt{3} + 3i$  и  $z_2 = -2 - 2i$ .

### Тема 3.2.

#### Тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел.

#### Вопросы для устного опроса по теме.

1. Как записывается комплексное число в тригонометрической форме?  
Как записывается комплексное число в показательной форме? Формула Эйлера.
2. Сформулируйте правило перехода от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической и обратно.

3. Сформулируйте правило перехода от алгебраической формы комплексного числа к показательной и обратно.
4. Как перейти от тригонометрической формы комплексного числа к показательной и обратно.
5. Как умножаются комплексные числа, записанные в тригонометрической форме.
6. Как умножаются комплексные числа, записанные в показательной форме?
7. Сформулируйте правило деления комплексных чисел в тригонометрической форме.
8. Сформулируйте правило деления комплексных чисел в показательной форме.
9. Как возвести в степень комплексное число, записанное в тригонометрической форме.
10. Как возвести в степень комплексное число, записанное в показательной форме?
11. Сформулируйте правило извлечения корня  $n$ -й степени из комплексного числа, записанного в тригонометрической форме.
12. Сформулируйте правило извлечения корня  $n$ -й степени из комплексного числа, записанного в показательной форме.
13. Сколько значений имеет корень  $n$ -й степени из комплексного числа?

#### Проверочные задания из практического занятия №4.

##### Вариант – 1.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:

а)  $z = 5i$ ;

б)  $z = 1 + i$ .

2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:

а)  $z = 3(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ ;

б)  $z = 5(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6})$ .

3. Даны комплексные числа  $z_1 = 3(\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ)$  и  $z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ .

Найти: а)  $z_1 \cdot z_2$ ; б)  $\frac{z_1}{z_2}$ ; в)  $z_2^4$ ; г)  $\sqrt[3]{z_1}$ .

##### Вариант – 2.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:

а)  $z = -6$ ;

б)  $z = 1 - i$ .

2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:

а)  $z = 2,5(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2})$ ;

б)  $z = 8(\cos \frac{15\pi}{4} + i \sin \frac{15\pi}{4})$ .

3. Даны комплексные числа  $z_1 = 3(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4})$  и  $z_2 = 5(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ .

Найти: а)  $z_1 \cdot z_2$ ; б)  $\frac{z_1}{z_2}$ ; в)  $z_2^4$ ; г)  $\sqrt[3]{z_1}$ .

##### Вариант – 3.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:

а)  $z = -2 - 2i$ ;

б)  $z = 3$ .

2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:

а)  $z = 10(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$ ;

б)  $z = 8(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ .

3. Даны комплексные числа  $z_1 = 2 \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$  и  $z_2 = 5(\cos \pi + i \sin \pi)$ .

Найти: а)  $z_1 \cdot z_2$ ; б)  $\frac{z_1}{z_2}$ ; в)  $z_2^4$ ; г)  $\sqrt[3]{z_1}$ .

#### Вариант – 4.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:

а)  $z = -2i$ ;

б)  $z = -3\sqrt{3} + 3i$ .

2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:

а)  $z = 4(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ ;

б)  $z = (\cos \pi + i \sin \pi)$ .

3. Даны комплексные числа  $z_1 = 0,5 \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$  и  $z_2 = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$ .

Найти: а)  $z_1 \cdot z_2$ ; б)  $\frac{z_1}{z_2}$ ; в)  $z_2^4$ ; г)  $\sqrt[3]{z_1}$ .

#### Контрольная работа по темам 1.1 – 3.2.

#### Вариант – 1.

1. Найдите матрицу  $C = A^2 + 3B$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 3, \\ 5x - 2y - 2z = 3, \\ x + y - z = -2. \end{cases}$$

3. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a}(3; -1; 2)$  и  $\vec{b}(4; 2; -3)$ .

4. Выполните действия и найдите модуль комплексного числа

$$\frac{1-2i}{1+i}.$$

5. Представьте в показательной и тригонометрической форме комплексное число

$$z = \sqrt{3} - i.$$

#### Вариант – 2.

1. Найдите матрицу  $C = A^2 - 2B$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y + z = 6, \\ x - 2y + z = 9, \\ x - 4y - 2z = 3. \end{cases}$$

3. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$  и  $\vec{b} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$ .

4. Выполните действия и найдите модуль комплексного числа

$$(-2 - i)(1 + i).$$

5. Представьте в алгебраической и показательной форме комплексное число

$$Z = 2 \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right).$$

**Вариант – 3.**

1. Найдите матрицу  $C = 4A - B^2$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 4x + 2y - z = 1, \\ 5x + 3y - 2z = 2, \\ 3x + 2y - 3z = 0. \end{cases}$$

3. Найдите угол между векторами  $\vec{a}(-2; 2; -1)$  и  $\vec{b}(-6; 3; 6)$ .

4. Вычислите  $i^6 + i^{20} + i^{30} + i^{36} + i^{54}$ .

5. Найдите произведение комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$  в тригонометрической форме и представьте полученное число в алгебраической форме

$$z_1 = 2 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right), \quad z_2 = 5 \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right).$$

**Вариант – 4.**

1. Найдите матрицу  $C = 3A - B^2$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x + y + 3z = 2, \\ 5x - 2y + 2z = 1, \\ 2x + 2y + 3z = 1. \end{cases}$$

3. Даны векторы  $\vec{a} = -4\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$  и  $\vec{b} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ . Найдите угол между ними.

4. Вычислите  $\frac{1}{i^{25}} + \frac{1}{i^{25}} + \frac{i}{i^{55}}$ .

5. Вычислите с помощью формулы Муавра и запишите полученное число в алгебраической форме

$$Z = 2 \left( \cos \frac{\pi}{24} + i \sin \frac{\pi}{24} \right)^6.$$

## РАЗДЕЛ 4. Основы математического анализа.

### Тема 4.1.

#### Теория пределов. Непрерывность.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Дайте определение предела в точке.
2. Объясните раскрытие неопределенности  $\frac{0}{0}$ .
3. Дайте определение предела функции на бесконечности. Объясните основной метод раскрытия неопределенности  $\frac{\infty}{\infty}$ .
4. Сформулируйте теоремы о пределах.
5. Сформулируйте и напишите первый и второй замечательные пределы.

### Проверочная работа.

#### Вариант – 1.

Вычислите пределы.

$$1. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 17x + 10}{3x^2 - 16x + 5};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5-x}{3-\sqrt{2x-1}};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{3x^2};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x + 1}{3x^3 + x^2 + 1};$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{2}{x} \right)^x.$$

#### Вариант – 2.

Вычислите пределы.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 2x - 1};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x^2};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x^3 + 2x}{x^4 - 8x^3 + 1};$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{3}{x} \right)^{-x}.$$

### Тема 4.2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Что называется приращением независимой переменной и приращением функции?
2. Дайте определение непрерывной функции. Какими свойствами на отрезке она обладает?
3. Что характеризует скорость изменения функции относительно изменения аргумента? Дайте определение производной.
4. Какая функция называется дифференцируемой в точке и на отрезке? Сформулируйте зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.

5. Из каких операций складывается общее правило нахождения производной данной функции? Как вычислить частное значение производной?
6. Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?
7. Выпишите в таблицу основные правила и формулы дифференцирования функций.
8. Повторите определение сложной функции. Как найти ее производную?
9. Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?
10. В чем заключается механический смысл производной?
11. Что называется производной второго порядка и, каков ее механический смысл?
12. Что называется дифференциалом функции, чему он равен, как обозначается и каков его геометрический смысл?
13. Повторите определения возрастающей и убывающей функций. В чем заключается признак возрастания и убывания функций?
14. В чем заключаются необходимый и достаточный признаки существования экстремума? Перечислите порядок операций для отыскания максимума и минимума функции с помощью первой производной.
15. В чем различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением ее наибольшего и наименьшего значений?
16. Как пишется наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке?
17. Как определяются геометрически и по знаку второй производной выпуклость и вогнутость кривой?
18. Что называется точкой перегиба и каковы необходимый и достаточный признаки ее существования? Сформулируйте правило нахождения точки перегиба.
19. Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?

### Проверочные задания из практического занятия №5.

#### Вариант – 1.

1. Найдите производную следующих функций:

а)  $y = x^2 + 4x + 3;$

б)  $y = \frac{6}{x} + 2\sqrt{x};$

в)  $y = \frac{x^6 - 4x + 1}{x};$

г)  $y = \frac{3x - 4}{3};$

д)  $y = \frac{3x - 4}{7 - 2x};$

е)  $y = 3\sin 2x;$

ж)  $y = \sqrt{x^2 - 4x};$

з)  $y = (3 + 2x)(2x - 3), y'(0,25) = ?$

2. Найдите производную второго порядка заданных функций:

а)  $y = x^3;$

б)  $y = \cos^2 x;$

в)  $y = \ln(3x^2 - 2x + 5).$

#### Вариант – 2.

1. Найдите производную следующих функций:

а)  $y = x^6 - 3x + 8;$

б)  $y = 4\sqrt{x} - \frac{2}{x};$

в)  $y = \frac{x^5 - 3x^2 + 2}{x};$

г)  $y = \frac{8 - 6x}{5};$

д)  $y = \frac{5x + 2}{x - 3};$

е)  $y = 5\cos 3x;$

$$\text{ж) } y = \sqrt{3x - x^2};$$

$$\text{з) } y = (x^2 - 3)(x^2 + 3), y'(\frac{1}{2}) - ?$$

2. Найдите производную второго порядка заданных функций:

$$\text{а) } y = \sin x;$$

$$\text{б) } y = (5x + 2)^4;$$

$$\text{в) } y = 10^{5-3x}.$$

### Вариант – 3.

1. Найдите производную следующих функций:

$$\text{а) } y = 3x^4 - 6x^2 + 5;$$

$$\text{б) } y = \frac{4}{x} + 4\sqrt{x};$$

$$\text{в) } y = \frac{x^3 - 9x^2 + 5}{x};$$

$$\text{г) } y = \frac{6x^2 - 7x}{3};$$

$$\text{д) } y = \frac{5x+1}{3-2x};$$

$$\text{е) } y = 2\text{tg}5x;$$

$$\text{ж) } y = \sqrt{8x-7};$$

$$\text{з) } y = (4x-1)(4x+1), y'(0,25) - ?$$

2. Найдите производную второго порядка заданных функций:

$$\text{а) } y = x^4;$$

$$\text{б) } y = \sqrt{1 + \cos x};$$

$$\text{в) } y = x \ln x.$$

### Вариант – 4.

1. Найдите производную следующих функций:

$$\text{а) } y = x^7 - 4x^2 + 9;$$

$$\text{б) } y = 6\sqrt{x} - \frac{5}{x};$$

$$\text{в) } y = \frac{4x+523}{4};$$

$$\text{г) } y = \frac{3x^2 - x + 1}{x};$$

$$\text{д) } y = \frac{3+7x}{4-x};$$

$$\text{е) } y = 5\sin 6x;$$

$$\text{ж) } y = \sqrt{3x-1};$$

$$\text{з) } y = (2x+1)(2x-1), y'(3) - ?$$

2. Найдите производную второго порядка заданных функций:

$$\text{а) } y = 2^x;$$

$$\text{б) } y = \arcsin \frac{x}{2};$$

$$\text{в) } y = \sqrt{1 + \sqrt[3]{x}}.$$

### Проверочные задания из практического занятия №6.

1.

#### Вариант – 1.

Вычислите предел с помощью правила Лопиталья:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1}}{\ln x};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin(x^2 - 1)}.$$

#### Вариант – 2.

Вычислите предел с помощью правила Лопиталья:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-8} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sin 3x}.$$

### Вариант – 3.

Вычислите предел с помощью правила Лопиталя:

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^{2x} - 7^{-2x}}{\sin 3x - 2x};$$

### Вариант – 1.

1. Найти промежутки монотонности функции  $y = e^x - x$ .
2. Исследовать на экстремум функцию  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$ .
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 3$  на промежутке  $[2; 3]$ .
4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 4$ .

### Вариант – 2.

1. Найти промежутки монотонности функции  $y = \frac{2x}{e^x}$ .
2. Исследовать на экстремум функцию  $y = -x^3 - 3x^2 + 24x - 4$ .
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1$  на промежутке  $[-1; 2]$ .
4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции  $y = x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 100$ .

### Вариант – 3.

1. Найти промежутки монотонности функции  $y = 2xe^x$ .
2. Исследовать на экстремум функцию  $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 4$ .
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 2$  на промежутке  $[-2; 2]$ .
4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции  $y = x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 48x + 31$ .

### Вариант – 4.

1. Найти промежутки монотонности функции  $y = e^{\frac{1}{x}} + 1$ .
2. Исследовать на экстремум функцию  $y = -x^3 + 6x^2 + 15x + 1$ .
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 4$  на промежутке  $[-4; 4]$ .

### Вариант – 4.

Вычислите предел с помощью правила Лопиталя:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{Int} \operatorname{tg} x}{\cos 2x};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{2x}}{\sin 3x - \operatorname{tg} 2x}.$$

4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции  
 $y = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 10$ .

### Расчетно-графическая работа.

Исследуйте и постройте график данной функции.

Вариант – 1.

$$y = 2x^3 - 6x + 5.$$

Вариант – 2.

$$y = x^3 - x^2 - x + 3.$$

Вариант – 3.

$$y = x^4 - 10x^2 + 9.$$

Вариант – 4.

$$y = -x^4 + 2x^2 + 3.$$

### Тема 4.3. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Что является основной задачей интегрального исчисления?
2. Какая функция называется первообразной для заданной функции?
3. Почему при интегрировании функций появляется произвольная постоянная?
4. Почему одна функция имеет целую совокупность первообразных?
5. Как записать всю совокупность первообразных функций?
6. Что называется неопределенным интегралом?
7. Почему интеграл называется неопределенным?
8. Что означает постоянная  $C$  в определении неопределенного интеграла?
9. В чем заключается правило интегрирования выражения, содержащего постоянный множитель?
10. В чем заключается правило интегрирования алгебраической суммы функций?
11. Чему равен интеграл от дифференциала некоторой функции?
12. Напишите основные формулы интегрирования.
13. Как проверить результата интегрирования?
14. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
15. Что такое интегральные кривые? Как они расположены друг относительно друга? Могут ли они пересекаться?
16. Что такое определенный интеграл?
17. Сформулируйте основные свойства определенного интеграла.
18. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
19. Может ли площадь криволинейной трапеции быть равна отрицательной величине, нулю и почему?
20. Какие интегралы называются несобственными?

### Проверочные задания из практического занятия №7.

Вариант – 1.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1)  $\int (2 - 3x^4) dx$ ; 2)  $\int (\frac{1}{x} - \sqrt[4]{x}) dx$ .

б) методом подстановки:

1)  $\int (x^3 + 1) \cdot x^2 dx$ ; 2)  $\int 5^{x+7} dx$ .

в) методом интегрирования по частям:

1)  $\int (4x - 1)e^x dx$ ; 2)  $\int (3 - x)\cos x dx$ .

### Вариант – 2.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1)  $\int (4 + \frac{1}{x} - x) dx$ ; 2)  $\int (7x - \sqrt[3]{x^5}) dx$ .

б) методом подстановки:

1)  $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$ ; 2)  $\int \frac{x}{\sqrt{7-x^2}} dx$ .

в) методом интегрирования по частям:

1)  $\int 5xe^x dx$ ; 2)  $\int (6x + 1)\cos x dx$ .

### Вариант – 3.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1)  $\int (\frac{1}{x} - \frac{x^3}{4}) dx$ ; 2)  $\int (5 - \sin x) dx$ .

б) методом подстановки:

1)  $\int \frac{\ln^{22} x}{x} dx$ ; 2)  $\int 2^{x^2} x dx$ .

в) методом интегрирования по частям:

1)  $\int 2x \sin x dx$ ; 2)  $\int 3xe^x dx$ .

### Вариант – 4.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1)  $\int (\sin x + \frac{\sqrt[3]{x}}{4} - x) dx$ ; 2)  $\int (17x - 4 - \frac{x^5}{2}) dx$ .

б) методом подстановки:

1)  $\int xe^{-3x^2} dx$ ; 2)  $\int \frac{1}{x \ln^4 x} dx$ .

в) методом интегрирования по частям:

1)  $\int (2 - x)e^x dx$ ; 2)  $\int (6x - 11)\cos x dx$ .

### Расчетно-графическая работа

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями. Выполните рисунок.

#### Вариант – 1.

1.  $y = -x^2 + 4$ ;  $y = 0$ .

2.  $y = \sin x$ ;  $x = 0$ ;  $y = 0$ .

3.  $y = x^2$ ;  $y = 9$ .

### Вариант – 2.

1.  $y = x^2 + 3; x = 0; x = 2; y = 0.$
2.  $y = \cos x; x = 0; x = \frac{\pi}{4}; y = 0.$
3.  $y = -x^2 + 6; y = 2.$

### Вариант – 3.

1.  $y = x^2 - 2x; x = 2; x = 4; y = 0.$
2.  $y = \sin x; x = \frac{\pi}{6}; x = 3; y = 0.$
3.  $y = x^2 + 2; y = x + 4.$

### Вариант – 4.

1.  $y = -x^2 + 4x; x = 2; y = 0.$
2.  $y = \cos x; x = -\frac{\pi}{6}; x = \frac{\pi}{6}; y = 0.$
3.  $y = x^2; y = x + 2.$

### Тема 4.4.

#### **Обыкновенные дифференциальные уравнения.**

#### **Вопросы для устного опроса по теме.**

1. Какое уравнение называется дифференциальным?
2. Какая функция называется решением дифференциального уравнения?
3. Какое решение дифференциального уравнения называется общим и какое называется частным?
4. Каков геометрический смысл общего и частного решений дифференциального уравнения?
5. Может ли дифференциальное уравнение иметь конечное число решений?
6. Что такое порядок дифференциального уравнения и как его определить?
7. Сколько постоянных интегрирования имеет общее решение дифференциального уравнения первого, третьего порядка?
8. Как проверить, правильно ли найдено решение дифференциального уравнения?
9. Чем отличается дифференциальное уравнение от алгебраического уравнения?
10. Назовите известные вам типы дифференциальных уравнений.
11. Каков общий вид дифференциальных уравнений первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными?
12. Как решается уравнение с с разделенными переменными?
13. Чем отличается уравнение с разделяющимися переменными от уравнения с разделенными переменными? Как разделяют переменные?
14. Каков алгоритм решения уравнения с разделяющимися переменными?
15. В чем заключается задача Коши? Каков его геометрический смысл?
16. Каков общий вид линейных дифференциальных уравнений первого порядка?
17. Какими величинами являются и от чего зависят коэффициенты  $p$  и  $q$  в линейном дифференциальном уравнении первого порядка?
18. С помощью какой подстановки решается линейное дифференциальное уравнение первого порядка и к какому уравнению сводится его решение?

19. Какой вид имеет простейшее дифференциальное уравнение второго порядка? Как оно решается?
20. Как определяется и как записывается в общем виде линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами?
21. Что такое характеристическое уравнение?

**Проверочные задания из практического занятия №8.**

Решите дифференциальные уравнения.

**Вариант – 1.**

1.  $\frac{dy}{dx} = \frac{dx}{x-1}$ ;
2.  $y' = x$ , если  $y = 0$  при  $x = 2$ ;
3.  $(1 + x^3)dy = 3x^2ydx$ .

**Вариант – 2.**

1.  $e^x dx = 2ydy$ ;
2.  $2ydx = (1 + x)dy$ , если  $y(1) = 4$ ;
3.  $(1 + x^2)dy - 2xydx = 0$ .

**Тема 4.5. Теория рядов.**

**Вопросы для устного опроса по теме.**

1. Дайте определение числового ряда.
2. Что является суммой ряда?
3. Какой ряд называется сходящимся (расходящимся)?
4. Назовите свойства сходящихся рядов.
5. Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда.
6. Назовите достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.
7. В чем заключается признак сравнения?
8. Сформулируйте признак сходимости Даламбера.
9. В чем заключается признак Коши и интегральный признак?
10. В чем отличие знакопеременного ряда от знакочередующегося?
11. Дайте определение абсолютно сходящегося ряда и условно сходящегося ряда
12. Сформулируйте признак Лейбница о сходимости знакопеременного ряда.
13. Понятие степенного ряда.
14. Ряд Тейлора.
15. Ряд Маклорена.

**Проверочные задания из практического занятия №9 .**

Числовые ряды. Признак Даламбера.

**Вариант – 1.**

1. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену  $a_n = \frac{1}{(2n+1)2^{n-1}}$ .
2. Найдите формулу общего члена ряда:
  - а)  $1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{3} + \dots$ ;
  - б)  $\frac{2}{5} + \frac{5}{7} + \frac{8}{9} + \dots$ .

3. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{5^n}$ .

### Вариант – 2.

1. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену  $a_n = \frac{n+1}{(2n-1)3^{n-1}}$ .

2. Найдите формулу общего члена ряда:

а)  $\frac{5}{1} + \frac{9}{2} + \frac{13}{3} + \dots$ ;

б)  $\frac{4}{2} + \frac{7}{7} + \frac{10}{12} + \dots$ .

3. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}$ .

### Вариант – 3.

1. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену  $a_n = \frac{3n+2}{(3n-1)2^{n-1}}$ .

2. Найдите формулу общего члена ряда:

а)  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} \dots$ ;

б)  $\frac{2}{4} + \frac{4}{9} + \frac{6}{16} + \frac{8}{25} \dots$ .

3. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(n+1)}$ .

### Вариант – 4.

1. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену  $a_n = \frac{3n+1}{(n^2+1)3^{n-1}}$ .

2. Найдите формулу общего члена ряда:

а)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} \dots$ ;

б)  $\frac{2}{1} + \frac{4}{4} + \frac{8}{9} + \frac{16}{16} \dots$ .

3. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2}$ .

Признак Лейбница. Промежуток сходимости. Ряд Маклорена.

### Вариант – 1.

1. Используя признак Лейбница, исследуйте сходимость знакочередующегося ряда:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{2n}$ ,

б)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n^4}$ .

2. Найдите промежуток сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ .

3. Разложите в ряд Маклорена функцию  $f(x) = \ln(1 + 5x)$ .

### Вариант – 2.

1. Используя признак Лейбница, исследуйте сходимость знакочередующегося ряда:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{4n-1}$ ;

б)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{n \cdot 3^n}$ .

2. Найдите промежуток сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$ .

3. Разложите в ряд Маклорена функцию  $f(x) = \cos \frac{x}{3}$ .

### Вариант – 3.

1. Используя признак Лейбница, исследуйте сходимость знакочередующегося ряда:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{6n-1}$ ;

б)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{(n+1) \cdot 2^n}$ .

2. Найдите промежуток сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n} \cdot x^n$ .

3. Разложите в ряд Маклорена функцию  $f(x) = e^{4x}$ .

### Вариант – 4.

1. Используя признак Лейбница, исследуйте сходимость знакочередующегося ряда:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{3n+1}$ ;

б)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{(4n-1)^2}$ .

2. Найдите промежуток сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1) \cdot 3^n}$ .

3. Разложите в ряд Маклорена функцию  $f(x) \sin 5x$ .

## Раздел 5. Численные методы.

### Тема 5.1.

#### *Приближенное вычисление определенных интегралов.*

#### Вопросы для устного опроса по теме.

1. Какое число называется приближенным?
2. Что называется истинной погрешностью и истинной абсолютной погрешностью?
3. Что называется границей абсолютной погрешности?
4. Какие цифры приближенного числа называются верными?
5. Какие цифры приближенного числа называются сомнительными?
6. Сформулируйте правило записи приближенных чисел. Приведите примеры.
7. Как округляются приближенные числа?
8. Что называется границей абсолютной погрешности приближенного числа?
9. Что называется границей относительной погрешности приближенного числа?
10. Перечислите правила действий с приближенными числами. Приведите примеры.
11. Формулы прямоугольников.
12. Формула трапеций.
13. Способы вычисления абсолютной погрешности при численном интегрировании.
14. Формулы приближенного дифференцирования, основанные на интерполяционных формулах Ньютона.
15. Способы вычисления погрешности в определении производной.

### Тема 5.2.

#### *Приближенное решение дифференциальных уравнений.*

#### Вопросы для устного опроса по теме.

1. Метод Эйлера и нахождение значения функции с использованием метода Эйлера.
2. Понятие интегральной кривой.
3. Построение интегральной кривой.

### 1.2.1 Формы итоговой аттестации по ППССЗ при освоении учебной дисциплины

Итоговый контроль освоенных умений и усвоенных знаний по дисциплине ЕН.01 Элементы высшей математики осуществляется в форме экзамена.

### 1.2.2 Организация контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины

К экзамену допускается обучающийся, изучивший теоретическую часть.

## 2. Комплект материалов для оценки освоенных умений и усвоенных знаний по учебной дисциплине ЕН.01 Элементы высшей математики

### 2.1 Задания для экзаменуемых

#### Оцениваемые умения:

- выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
- решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;
- применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
- решать дифференциальные уравнения; пользоваться понятиями теории комплексных чисел.

#### Оцениваемые знания:

- основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;
- основы дифференциального и интегрального исчисления;
- основы теории комплексных чисел.

#### 2.1.1 Задания теоретической (тестовой) части

В качестве подготовки к дифференцированному зачету, экзамену дисциплине обучающимся предлагается тестовая и практическая части

#### Тема Матрицы и действия над ними.

1. Если матрица  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ , то матрица  $5A$  имеет вид:

a)  $\begin{pmatrix} 24 & 10 \\ -12 & -30 \end{pmatrix}$

b)  $\begin{pmatrix} 20 & 5 \\ -10 & -15 \end{pmatrix}$

c)  $\begin{pmatrix} -20 & 5 \\ -10 & -3 \end{pmatrix}$

2. Если матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ , то матрица  $2A + B$  имеет вид:

a)  $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 9 & 2 & 5 \\ -3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

$$b) \begin{pmatrix} -4 & 1 & -7 \\ 9 & 1 & 5 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} -1 & 8 & 4 \\ -3 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 9 & 2 & 5 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$  указать сумму элементов, расположенных на главной диагонали

a) 6

b) 10

c) 8

4. Для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 9 & 2 & 5 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$  указать сумму элементов, расположенных на побочной диагонали

a) 6

b) 10

c) 8

5. При умножении матрицы  $A$  на матрицу  $B$  должно соблюдаться условие:

a) число строк матрицы  $A$  равно числу строк матрицы  $B$

b) число строк матрицы  $A$  равно числу столбцов матрицы  $B$

c) число столбцов матрицы  $A$  равно числу строк матрицы  $B$

6. Квадратная матрица называется *диагональной*, если:

a) элементы, лежащие на главной диагонали равны нулю

b) элементы, не лежащие на главной диагонали равны нулю

c) элементы, лежащие на побочной диагонали равны нулю

7. При каком значении  $\alpha$  определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 2\alpha - 1 \end{vmatrix}$  равен нулю

a) 2

b) 12

c) -2

8. Если поменять местами две строки (два столбца) квадратной матрицы, то определитель:

a) не изменится

b) станет равным нулю

c) поменяет знак

9. Чему равен минор  $M_{21}$  определителя  $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 7 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix}$

- a)  $\underline{4}$
- b)  $0$
- c)  $11$

10. Чему равен минор  $M_{31}$  определителя  $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 7 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix}$

- a)  $4$
- b)  $\underline{-2}$
- c)  $0$

11. Чему равно алгебраическое дополнение  $A_{21}$  определителя  $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 7 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix}$

- a)  $\underline{-4}$
- b)  $0$
- c)  $-11$

12. Чему равно алгебраическое дополнение  $A_{31}$  определителя  $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 7 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix}$

- a)  $4$
- b)  $\underline{-2}$
- c)  $0$

13. Чему равен главный определитель системы уравнений  $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -2x + y + z = 0 \\ 2x - y + 4z = 15 \end{cases}$

- a)  $-5$
- b)  $6$
- c)  $\underline{5}$

14. Если матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$  и  $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ , то определитель матрицы  $A \cdot D$  равен:

- a)  $\underline{-32}$
- b)  $32$
- c)  $-16$

15. Найти минор для элемента  $a_{32}$  определителя  $\Delta = \begin{vmatrix} -3 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$

- a)  $2$
- b)  $20$
- c)  $-20$

16. Найти алгебраическое дополнение для элемента  $a_{32}$  определителя  $\Delta = \begin{vmatrix} -3 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$

a) 2

b) 20

c) -20

17. Найти минор для элемента  $a_{23}$  определителя  $\Delta = \begin{vmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

a) -8

b) 8

c) -5

18. Найти алгебраическое дополнение для элемента  $a_{23}$  определителя  $\Delta = \begin{vmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

a) -8

b) 8

c) -5

Критерием оценки является уровень усвоения обучающимся материала, предусмотренного программой дисциплины, что выражается количеством правильных ответов на предложенные тестовые задания.

**При верных ответах на:**

60% тестовых заданий – оценка 3 (удовлетворительно);

75% тестовых заданий – оценка 4 (хорошо);

95% тестовых заданий – оценка 5 (отлично).

### 2.1.2 Задания практической части

#### Практическое занятие

**Тема: Матрицы и действия над ними.**

**Цель практической работы:**

Закрепить умение решать матрицы

**Материально – техническое оснащение рабочего места:**

1.Методические указания.

**Форма контроля знаний:** решение задач, самостоятельная работа

**Содержание и последовательность выполнения заданий**

1. Выполнить действия над матрицами  $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ :

$A+B-C$ ;

$3A+2C-6B$

1. Вычислить произведение матриц:

1)  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 11 \\ \frac{4}{7} & 6 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ ;

2. Выполнить действия над матрицами:

$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ ;  $C = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ ;  $D = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$ .

1)  $D^2$ ; 2)  $B^3$ ; 3)  $A^2 - C$ ; 4)  $C^2 + B$ ; 5)  $A^3 + B^2 - C$ ;

3. Вычислить определители второго порядка:

1)  $\begin{vmatrix} -3 & 11 \\ 4 & -8 \end{vmatrix}$ ;

4. Вычислить определители третьего порядка:

1)  $\begin{vmatrix} 3 & 7 & 1 \\ 2 & 9 & 0 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$ ; 2)  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 9 \\ 7 & 8 & 35 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ ;

3)  $\begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ ; 4)  $\begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 3 & -5 \\ 5 & 4 & \frac{1}{3} \\ -2 & 3 & -1 \end{vmatrix}$ ;

5. Решить уравнения:

$\begin{vmatrix} \sqrt{x} & x^2 \\ 1 & \sqrt{x} \end{vmatrix} = 0$ ;

6. Найти матрицу, обратную данной:

1)  $A = \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ ;

2)  $A = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 7 & -5 \end{pmatrix}$ ;

3)  $A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ;

**Самостоятельная работа**

**Вариант 1.**

1. Выполнить действия над матрицами  $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ :

$A+B-C$ ;

$3A+2C-6B$

2. Вычислить произведение матриц:

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 9 \end{pmatrix};$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & 34/25 \\ -49/10 & -13/50 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -5 & 11 \\ -25 & 50 \end{pmatrix};$$

$$3) A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -3 \\ 1 & 7 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

3. Выполнить действия над матрицами:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$1) D^2; 2) B^3; 3) A^2 - C; 4) C^2 + B; 5) A^3 + B^2 - C;$$

$$6) A \cdot C - B^2; 7) (A - C) \cdot (B^2 + D); 8) (2A + D)^3.$$

4. Вычислить определители второго порядка:

$$1) \begin{vmatrix} 12 & -4 \\ 7 & 5 \end{vmatrix}; 2) \begin{vmatrix} 13 & 41 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}; 3) \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}; 4) \begin{vmatrix} 5 & 37 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; 5) \begin{vmatrix} 3/7 & 27 \\ 5/9 & 14 \end{vmatrix};$$

$$6) \begin{vmatrix} 1/2 & 3/8 \\ 2/9 & 2/5 \end{vmatrix}; 7) \begin{vmatrix} -3 & 11 \\ 4 & -8 \end{vmatrix}; 8) \begin{vmatrix} 15 & -3 \\ 4 & -7 \end{vmatrix}; 9) \begin{vmatrix} -22 & 3 \\ 6 & 9 \end{vmatrix}.$$

5. Вычислить определители третьего порядка:

$$1) \begin{vmatrix} 3 & 7 & 1 \\ 2 & 9 & 0 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix}; 2) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 9 \\ 7 & 8 & 35 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$3) \begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}; 4) \begin{vmatrix} 1/2 & 3 & -5 \\ 5 & 4 & 1/3 \\ -2 & 3 & -1 \end{vmatrix};$$

$$5) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 2 \\ -1 & -3 & -2 \end{vmatrix}; 6) \begin{vmatrix} 3 & 21 & 17 \\ 0 & 5 & 52 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix};$$

$$7) \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 7 & -1 & 12 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}; 8) \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 8 & -3 \\ 1 & -1 & -3 \end{vmatrix};$$

$$9) \begin{vmatrix} 1/3 & 3 & -5 \\ 5 & 9 & 1/3 \\ -3 & 0 & -1 \end{vmatrix}; 10) \begin{vmatrix} 1/4 & 3 & -5 \\ 5 & 4 & 1/3 \\ -2 & 0 & -2 \end{vmatrix};$$

$$11) \begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -3 & 1/3 & 6 \\ -1 & 9 & -3/4 \end{vmatrix}; 12) \begin{vmatrix} 4 & -3 & 7 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & 3 \end{vmatrix};$$

6. Решить уравнения:

$$1) \begin{vmatrix} \sqrt{x} & x^2 \\ 1 & \sqrt{x} \end{vmatrix} = 0;$$

$$2) \begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0; \quad 3) \begin{vmatrix} x & -2 & 2 \\ 1 & x & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

7. Найти матрицу, обратную данной:

$$1) A = \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}; \quad 2) A = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 7 & -5 \end{pmatrix}; \quad 3) A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix};$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}; \quad 5) A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

### Вариант 2.

1. Выполнить действия над матрицами  $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ :

$A+C-B$

$A+2B-3C$

2. Вычислить произведение матриц:

$$1) A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -9 \end{pmatrix};$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & 34/25 \\ -11/50 & -13/25 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix};$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Выполнить действия над матрицами:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

1)  $D^2$ ; 2)  $B^3$ ; 3)  $A^2 - C$ ; 4)  $C^2 + B$ ; 5)  $A^3 + B^2 - C$ ;

6)  $A \cdot C - B^2$ ; 7)  $(A - C) \cdot (B^2 + D)$ ; 8)  $(2A + D)^3$ .

4. Вычислить определители второго порядка:

$$1) \begin{vmatrix} 12 & -4 \\ 7 & 5 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 13 & 41 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}; \quad 4) \begin{vmatrix} 5 & 37 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad 5) \begin{vmatrix} 3/7 & 27 \\ 5/9 & 14 \end{vmatrix};$$

$$6) \begin{vmatrix} 1/2 & 3/8 \\ 2/9 & 2/5 \end{vmatrix}; \quad 7) \begin{vmatrix} -3 & 11 \\ 4 & -8 \end{vmatrix}; \quad 8) \begin{vmatrix} 15 & -3 \\ 4 & -7 \end{vmatrix}; \quad 9) \begin{vmatrix} -22 & 3 \\ 6 & 9 \end{vmatrix}.$$

5. Вычислить определители третьего порядка:

$$1) \begin{vmatrix} 3 & 7 & 1 \\ 2 & 9 & 0 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 9 \\ 7 & 8 & 35 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$3) \begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}; \quad 4) \begin{vmatrix} 1/2 & 3 & -5 \\ 5 & 4 & 1/3 \\ -2 & 3 & -1 \end{vmatrix};$$

$$5) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 2 \\ -1 & -3 & -2 \end{vmatrix}; \quad 6) \begin{vmatrix} 3 & 21 & 17 \\ 0 & 5 & 52 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix};$$

$$7) \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 7 & -1 & 12 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}; \quad 8) \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 8 & -3 \\ 1 & -1 & -3 \end{vmatrix};$$

$$9) \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & 3 & -5 \\ 5 & 9 & \frac{1}{3} \\ -3 & 0 & -1 \end{vmatrix}; \quad 10) \begin{vmatrix} \frac{1}{4} & 3 & -5 \\ 5 & 4 & \frac{1}{3} \\ -2 & 0 & -2 \end{vmatrix};$$

$$11) \begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -3 & \frac{1}{3} & 6 \\ -1 & 9 & -\frac{3}{4} \end{vmatrix}; \quad 12) \begin{vmatrix} 4 & -3 & 7 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

6. Решить уравнения:

$$1) \begin{vmatrix} \sqrt{x} & x^2 \\ 1 & \sqrt{x} \end{vmatrix} = 0;$$

$$2) \begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0; \quad 3) \begin{vmatrix} x & -2 & 2 \\ 1 & x & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

7. Найти матрицу, обратную данной:

$$1) A = \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}; \quad 2) A = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 7 & -5 \end{pmatrix}; \quad 3) A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix};$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}; \quad 5) A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

## Практическое занятие

**Тема: Контрольная работа № 1** по теме «Векторная алгебра»

**Цель практической работы:**

Закрепить знания и умения по теме «Векторная алгебра»

**Материально – техническое оснащение рабочего места:**

1. Методические указания.

2. Учебная и специальная литература

**Форма контроля знаний:** контрольная работа

### Содержание и последовательность выполнения заданий

#### Вариант 1

1. Найдите матрицу обратную данной, если: а)  $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ; б)  $A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 3 \\ 13 & 12 & 10 \\ 11 & 10 & 7 \end{pmatrix}$ .

2. Для определителя  $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -1 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \end{vmatrix}$  найдите: а)  $A_{12}$ ,  $A_{31}$ , б)  $M_{23}$ ,  $M_{13}$ .

3. Вычислите ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \\ 2 & -1 & 2 \\ -6 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

4. Разложите определитель матрицы по элементам первого столбца и вычислите его:

$$|D| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & -5 \end{vmatrix}.$$

5. Решите систему уравнений по методу Крамера  $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 5y = 2 \end{cases}$

6. Дайте определение совместной системы линейных алгебраических уравнений.

7. Решите систему уравнений по методу Крамера  $\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x - 2y + 3z = -3 \\ 7x + y - z = 10 \end{cases}$

8. Даны векторы:  $\vec{a} \{7; -4, 2\}, \vec{b} \{-5, 6, 1\}$ . Найдите координаты векторов:  $\vec{c} = 3\vec{a}, \vec{d} = 2\vec{a} + 4\vec{b}, \vec{e} = 9\vec{b} - 2\vec{a} + \vec{c}$ .

9. 2. Найдите координаты точки А, находящейся на расстоянии 10 единиц от точки В (8;6), если точка А лежит на оси абсцисс.

10.

3. Найдите длину средней линии

треугольника ABC, если AC основание треугольника и А (-2;9), В (-8;-3), С(4;5).

### Вариант 2

1. Найдите матрицу обратную данной, если: а)  $A = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ ; б)  $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$ .

2. Для определителя  $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -1 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \end{vmatrix}$  найдите: а)  $A_{22}, A_{32}$ ; б)  $M_{11}, M_{21}$ .

3. Вычислите ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 7 \\ -2 & -4 & -6 & 3 \end{pmatrix}$

4. Разложите определитель матрицы по элементам первого столбца и вычислите

его:  $|D| = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & -1 \end{vmatrix}$ .

5. Решите систему уравнений по методу Крамера  $\begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ 4x + 10y = 6 \end{cases}$

6. Дайте определение несовместной системы линейных алгебраических уравнений.

7. Решите систему уравнений по методу Крамера  $\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$

8. Даны векторы:  $\vec{a} \{7; -4; 2\}; \vec{b} \{-5, 6, 1\}$ . Найдите координаты векторов:  $\vec{c} = -2\vec{b}, \vec{d} = 3\vec{a} + 5\vec{b}, \vec{e} = 7\vec{b} - \vec{d} + 2\vec{c}$

9. Найдите координаты точки А, находящейся на расстоянии 10 единиц от точки В (8;6), если точка А лежит на оси ординат.

10. Найдите длину средней линии треугольника ABC, если AC – основание треугольника и A(-6;3), B(4,9), C(2,-3).

### Практическое занятие

**Тема:** Проверка умений и навыков по теме «Метод координат на плоскости»

**Цель практической работы:**

Проверить умения и навыки решения задач по теме «Метод координат на плоскости»

**Материально – техническое оснащение рабочего места:**

1. Методические указания.
2. Учебная и специальная литература

**Форма контроля знаний:** контрольная работа

### Содержание и последовательность выполнения заданий

№1

Найти координаты середины отрезка AB, если

- 1) A(-2,2), B(2,0).
- 2) A(0,2), B(7,5).

№2

Даны векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Найти  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{a} - 3\vec{c}$ ,  $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ , если

- 1)  $\vec{a}(2,-5)$ ,  $\vec{b}(2,1)$ ,  $\vec{c}(0,3)$
- 2)  $\vec{a}(2,-3)$ ,  $\vec{b}(0,4)$ ,  $\vec{c}(6,-3)$ .

№3

Дан  $\triangle ABC$ . Найти

- 1) уравнение стороны AB;
  - 2) уравнение прямой, параллельной стороне AC;
  - 3) уравнение высоты AK, если
- 1) A(-3,2), B(-2,7), C(2,3).
  - 2) A(0,3), B(4,7), C(5,5).

№4.

Найти координаты вершин, фокусов и эксцентриситет для

гиперболы:  $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ .

эллипса:  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} = 1$ .

№5

Найти косинус угла между векторами  $\vec{a}, \vec{b}$ , если

- 1)  $\vec{a}(2,2,-1)$ ,  $\vec{b}(-3,6,6)$ .
- 2)  $\vec{a}(2,-5,1)$ ,  $\vec{b}(3,1,4)$ .

### Практическое занятие

**Тема:** вычисление интеграла

**Цель практической работы:**

Проверить умения вычислять первообразные и неопределенный интеграл

**Материально – техническое оснащение рабочего места:**

1. Методические указания.
2. Учебная и специальная литература

**Форма контроля знаний:** проверочная работа

**Содержание и последовательность выполнения заданий****Вариант I**

1. Найдите общий вид первообразных для функции  $f(x) = 2 + \frac{3}{x-1}$ .
2. Для функции  $f$  найдите первообразную, график которой проходит через точку  $M$ :

$$f(x) = \sin 2x, M(0; 1).$$

3. Вычислить неопределенный интеграл:

$$a) \int x^4 dx; \quad б) \int \sin x dx.$$

$$в) \int \frac{\cos 3x dx}{4 + \sin 3x}; \quad г) \int x^2 \cdot e^{3x} dx;$$

**Вариант II**

1. Найдите общий вид первообразных для функции  $f(x) = \frac{2}{\cos^2 2x} + \frac{3}{\sin^2 3x}$ .
2. Для функции  $f$  найдите первообразную, график которой проходит через точку  $M$ :

$$f(x) = x^{-4}, M(2; -3).$$

3. Вычислить неопределенный интеграл:

$$a) \int x^3 dx; \quad б) \int \cos x dx.$$

$$в) \int \frac{x^2 dx}{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}; \quad г) \int \frac{\cos x dx}{1 + \cos x}.$$

**Практическое занятие**

**Тема:** Разложение функций в ряд.

**Цель практической работы:**

Проверить знания и умения по теме «Числовые ряды»

**Материально – техническое оснащение рабочего места:**

1. Методические указания.
2. Учебная и специальная литература

**Форма контроля знаний:** контрольная работа

### Содержание и последовательность выполнения заданий

1. Исследовать на сходимость числовой ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}.$$

2. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

3. Найти интервал сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2} x^n.$$

4. Вычислить определённый интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд Маклорена и затем проинтегрировав его почленно

$$\int_0^{0.5} \sqrt[3]{1+x^2} dx.$$

5. Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения  $y = y(x)$  дифференциального уравнения  $y'' - y' = x$ , удовлетворяющего начальному условию  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ .

### Практическое занятие

**Тема:** итоговая контрольная работа

**Цель практической работы:**

Проверка умений и навыков

**Материально – техническое оснащение рабочего места:**

1. Методические указания.
2. Учебная и специальная литература

**Форма контроля знаний:** контрольная работа

### Содержание и последовательность выполнения заданий

#### Решение задач по высшей математике

#### Задача 1

Вычислить определители:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix};$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

**Решение**

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - (-2) \cdot 2 = 7$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot (-3) - 2 \cdot 2 \cdot (-1) - 0 \cdot 2 \cdot 1 = -1 - 12 + 9 + 4 = 0$$

### Задача 2

Вычислить определитель:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

### Решение

Используя теорему Лапласа, разложим определитель по элементам третьего столбца

$$\Delta = (-1)^{1+3} \cdot 3 \begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} + (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 0 + (-1)(-24) = 24$$

### Задача 3

Найти матрицу, обратную к матрице  $A$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

### Решение

Находим определитель матрицы и все алгебраические дополнения  $A_{ij}$ :

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 10$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -5$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{23} = 5$$

$$A_{31} = 5$$

$$A_{32} = 0$$

$$A_{33} = 5$$

**Ответ:** Обратная матрица имеет вид:

$$A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & 2 & 0 \\ -5 & 5 & 5 \end{pmatrix}.$$

#### Задача 4

Решить следующую систему линейных алгебраических уравнений по правилу Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases};$$

#### Решение

Вычислим главный определитель системы  $\Delta$  и вспомогательные определители  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ .

$$\Delta = |A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -11;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -11;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

По формуле Крамера, получим

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 1;$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 1; \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 0.$$

#### Задача 5

Даны начало  $A(3; -2; 4)$  и конец  $B(5; 0; 3)$  вектора  $\vec{AB}$ . Найти вектор  $\vec{AB}$  и его длину.

#### Решение

Имеем  $\vec{AB}(5 - 3; 0 - (-2); 3 - 4)$ , откуда  $\vec{AB}(2; 2; -1)$  или  $\vec{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ .

Далее  $|\vec{AB}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} = 3$ , т.е.  $|\vec{AB}| = 3$ .

#### Задача 6

Даны вершины треугольника  $A(2; -2; 1)$ ,  $B(4; 1; 3)$  и  $C(3; 0; -1)$ . Вычислить площадь этого треугольника.

#### Решение

Так как площадь треугольника  $ABC$  равна половине площади параллелограмма, построенного на

векторах  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$  как на сторонах, т.е.  $S_{\text{парал.}} = |\vec{AB} \times \vec{AC}|$ , то  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}|$ . Найдем векторы  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ :

$$\vec{AB} = (4 - 2; 1 + 2; 3 - 1); \quad \vec{AB} = (2; 3; 2); \quad \vec{AC} = (1; 2; -2).$$

Вычислим их векторное произведение:

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = (3 \cdot (-2) - 2 \cdot 2)\vec{i} + (1 \cdot 2 - 2 \cdot (-2))\vec{j} + (2 \cdot 2 - 1 \cdot 3)\vec{k}$$

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = -10\vec{i} + 6\vec{j} + \vec{k},$$

Откуда

$$|\overline{AB} \times \overline{AC}| = \sqrt{(-10)^2 + 6^2 + 1^2} = \sqrt{137}. \text{ Следовательно, } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{137} \text{ (кв. ед.)}.$$

### Задача 7

Составить уравнение прямой, проходящей через точки  $A(3; -2)$  и  $B(2; 1)$ .

$$x_1 = 3,$$

## 2.2 Ключ для оценки практического задания

### Оценивание каждого задания:

Действия	Оценка
Обучающийся выполнил задачу в полном объеме, т.е. формулы применены правильно, расчет выполнен без арифметических ошибок, сделаны правильные выводы по результатам решения задачи.	5
Обучающийся верно применил формулы, но неверно рассчитал показатели (арифметические ошибки), сделаны правильные выводы по результатам решения задачи.	4
Обучающийся не верно применил формулы, расчет выполнен без арифметических ошибок, сделаны правильные выводы по результатам решения задачи.	3
Обучающийся не верно применил формулы, расчет выполнен с арифметическими ошибками, сделаны не правильные выводы по результатам решения задачи или отсутствует решение	2

## **2.2.1 Вопросы и задания для подготовки к экзамену по дисциплине**

### **ЕН.01 Элементы высшей математики**

#### **для обучающихся специальности**

#### **09.02.07 Информационные системы и программирование.**

1. Понятие матрицы. Сложение, вычитание матриц.
2. Умножение матрицы на число. Умножение матриц.
3. Определители второго, третьего n-го порядка. Свойства минор.
4. Алгебраическое дополнение. Обратная матрица.
5. Решение систем линейных уравнений. Правило Крамера.
6. Метод Гаусса. Матричное решение систем линейных уравнений
7. Понятие вектора и линейные операции над векторами.
8. Понятие линейной зависимости векторов. Базис на плоскости.
9. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов.
10. Метод координат на плоскости (декартовы прямоугольные, полярные координаты, основные задачи метода координат) .
11. Уравнение прямой с угловым коэффициентом, общее уравнение прямой, уравнение прямой с данным угловым коэффициентом и проходящей через данную точку.
12. Уравнение прямой в отрезках, уравнение прямой проходящей через две точки.
13. Угол между двумя прямыми. Взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой.
14. Уравнение окружности. Каноническое уравнение эллипса, гиперболы, параболы.
15. Функциональные понятия. Элементарные функции и их графики.
16. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Примеры вычисления пределов.
17. Первый, второй замечательный предел их следствия.
18. Понятие непрерывности. Точки разрыва.
19. Определение производной. Правила дифференцирования. Производные элементарных функций.
20. Производные и дифференциалы высших порядков. Приложение производных высшего порядка.
21. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.

22. Методы вычисления неопределенного интеграла (непосредственное интегрирование)
23. Определенный интеграл. Методы вычисления определенного интеграла.
24. Числовой ряд. Сходимость числовых рядов.
25. Функциональный ряд. Степенной ряд. Радиус и область сходимости. Разложение функций в степенной ряд.
26. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
27. Уравнение Бернулли. Применение дифференциальных уравнений первого порядка.
28. Комплексные числа и операции над ними.

### ЗАДАНИЯ

**№ 1** Даны матрицы  $C$  и  $D$ . Найти  $C + D$  и  $2C - 3D$ .

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -4 \\ 3 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & -4 & 2 & -9 \\ 3 & -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**№ 2.** Найти угол между прямыми  $y=2x-3$  и  $3x+y-2=0$

**№ 3.** Построить график линии, заданной уравнением  $x^2 - 2y + y^2 - 3 = 0$

**№ 4.** Построить график функции  $y = \frac{3x+4}{x-1}$  (без использования понятия производной).

**№ 5.** Две стороны квадрата лежат на прямых  $5x - 12y - 65 = 0$  и  $5x - 12y + 26 = 0$ . Вычислить площадь квадрата.

**№ 6.** Найти производную 4-го порядка для функции  $y = \frac{4x+7}{2x+3}$

**№ 7.** Для функции  $f(x) = \frac{3}{\sin^2 x} + 7 \sin x - 2 \cos x$  найдите первообразную, график которой проходит через точку  $\left(\frac{\pi}{2}; 9\right)$ .

### 3. СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет–ресурсов, дополнительной литературы:

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

#### 3.2.1. Основная литература:

1. Математика: учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 401 с. – (Профессиональное образование). – ISBN 978-5-534-07878-7. – URL: <https://urait.ru/bcode/489612>.

2. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 томах. Том 2 / В.В. Бардушкин, А.А. Прокофьев. – Москва: КУРС: ИНФРА–М, 2022. – 368 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-906923-34-9. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/181703>.

3. Основы высшей математики. Часть 1: учебник для СПО / А. А. Туганбаев. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 312 с. – ISBN 978-5-8114-6374-9. – URL: <https://e.lanbook.com/book/159503>.

#### 3.2.2. Дополнительные источники:

1. Математика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. Ю. Седых, Ю. Б. Гребенщиков, А. Ю. Шевелев. – Москва: Издательство Юрайт, 2021. – 443 с. – (Профессиональное образование). – ISBN 978-5-9916-5914-7. – URL: <https://urait.ru/bcode/469860>.

2. Высшая математика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / М. Б. Хрипунова [и др.]; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. – Москва: Издательство Юрайт, 2020. – 472 с. – (Профессиональное образование). – ISBN 978-5-534-01497-6. – URL: <https://urait.ru/bcode/452694>.

#### 3.2.3. Интернет-ресурсы: Перечень Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине, используются следующие электронные библиотечные системы (ЭБС):

1. <https://znanium.com/>
2. <http://urait.ru/>
3. <https://e.lanbook.com/>

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине, используются следующие профессиональные базы данных:

1. Высшая математика <http://www.mathprofi.ru/>
2. Общероссийский математический портал [www.mathnet.ru](http://www.mathnet.ru)
3. Матбюро: решения задач по высшей математике [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)
4. Математический сайт <http://www.math.ru/>.